

TEORI RING DAN MODUL

SRI WAHYUNI | INDAH EMILIA WIJAYANTI
DIAN ARIESTA YUWANINGSIH | ARI DWI HARTANTO



Gadjah Mada University Press

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis kepada Tuhan Yang Maha Esa atas terselesaikannya penulisan buku berjudul *Teori Ring dan Modul* ini. Buku ini menyajikan materi-materi yang terkait dengan Teori Ring Lanjut yang merupakan kelanjutan dari Pengantar Struktur Aljabar yang diberikan pada Program Studi S-1 Matematika dan Teori Modul yang merupakan pengembangan dari Ruang Vektor yang diberikan pada Mata Kuliah Aljabar Linear pada Program S-1 Matematika. Buku ini akan menjadi jembatan yang sangat baik bagi mahasiswa S-1 Matematika dan S-2 Matematika untuk memasuki area penelitian bidang aljabar, khususnya bagi pembaca yang akan menekuni bidang aljabar, khususnya Teori Kategori dan Funktor serta Teori Representasi.

Terima kasih kami tujukan kepada semua pihak yang sudah membantu dalam penerbitan buku ini dari bentuk draf sampai pada buku yang siap untuk diterbitkan. Buku ini ditutup dengan bab terakhir yang merupakan hasil penelitian penulis terkait modul prima dan modul sederhana yang merupakan pengembangan topik-topik pada teori ring ke teori modul.

Akhirnya, kepada keluarga, rekan-rekan sejawat dan teman-teman penulis, penulis mengucapkan terima kasih atas kesempatan dan waktu yang diberikan sehingga penulis bisa menyelesaikan proses penulisan buku ini. Saran dan masukan dari para *reviewer* dan editor sangat berarti bagi sempurnanya tulisan ini. Terima kasih yang tulus penulis ucapkan kepada mereka. Semoga tulisan singkat ini bermanfaat bagi yang membutuhkan.

Yogyakarta, 1 Juli 2016

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI	vi
BAB 1 RING, IDEAL, DAN RING FAKTOR.....	1
1.1 Ring dan Subring	2
1.2 Latar Belakang Munculnya Definisi Ideal	14
1.3 Pembentukan Ring Faktor dari Suatu Ideal	17
1.4 Ideal Terkecil yang Memuat Suatu Himpunan.....	19
1.5 Latihan	27
BAB 2 HOMOMORFISMA RING.....	31
2.1 Homomorfisma Ring: Definisi, Contoh, dan Sifat Elementer..	31
2.2 Teorema Utama Homomorfisma Ring dan Aplikasinya	42
2.3 Latihan	47
BAB 3 DAERAH INTEGRAL, LAPANGAN, DAN RING HASIL BAGI	50
3.1 Elemen Pembagi Nol dan Elemen Unit	50
3.2 Daerah Integral dan Lapangan.....	53
3.3 Pembentukan Lapangan Hasil Bagi dari Suatu Daerah Integral	56
3.4 Ideal Prima dan Ideal Maksimal	60
3.5 Ring Hasil Bagi.....	67
3.6 Latihan	74
BAB 4 RING SUKU BANYAK	76
4.1 Suku Banyak Sebagai Suatu Ring.....	76
4.2 Ring Suku Banyak Atas Ring	78

4.3	Algoritma Pembagian, Teorema Faktorisasi, dan Interpolasi Lagrange di Ring Suku Banyak.	85
4.4	LATIHAN	91
BAB 5 DAERAH IDEAL UTAMA DAN DAERAH EUCLID . . .		94
5.1	Ideal Utama	94
5.2	Daerah Ideal Utama	100
5.3	Daerah Euclid	104
5.4	Latihan	110
BAB 6 RING PRIMA DAN RING SEMIPRIMA		112
6.1	Elemen-Elemen Khusus dalam Ring	112
6.2	Ideal-Ideal Satu Sisi dalam Ring	120
6.3	Sifat-Sifat Ideal Prima dan Ring Prima.	123
6.4	Sifat-Sifat Ideal Semiprima dan Ring Semiprima	128
6.5	Latihan	131
BAB 7 RING SEDERHANA DAN RING SEMISEDERHANA. .		132
7.1	Ring Sederhana dan Sifat-sifatnya	132
7.2	Ring Semisederhana dan Sifat-sifatnya	136
7.3	Ring Reguler dan Sifat-sifatnya.	140
7.4	Ring Noether dan Sifat-sifatnya	144
7.5	Ring Artin dan Sifat-sifatnya.	152
7.6	Latihan	158
BAB 8 MODUL DAN HOMOMORFISMA MODUL ATAS RING		160
.		160
8.1	Latar Belakang dan Motivasi.	160
8.2	Modul Atas Ring sebagai Generalisasi Ruang Vektor Atas Lapangan.	162
8.3	Submodul.	169
8.4	Submodul yang Dibangun oleh Suatu Himpunan	172
8.5	Jumlah Langsung	175
8.6	Modul Faktor.	178

8.7 Homomorfisma Modul	179
8.8 Jenis-Jenis Homomorfisma Modul	182
8.9 Modul $Hom_R(M, M')$ atas R	186
8.10 Latihan	188
BAB 9 MODUL BEBAS, MODUL TORSI, DAN MODUL PROYEKTIF	191
9.1 Modul Bebas	191
9.2 Modul Torsi	197
9.3 Barisan Eksak	202
9.4 Modul Proyektif	214
9.5 Ideal Invertibel (<i>Invertible Ideal</i>)	220
9.6 Latihan	223
BAB 10 BEBERAPA PENGEMBANGAN TEORI RING KE MODUL	225
10.1 Submodul Prima dan Semiprima	225
10.2 Modul Sederhana dan Semisederhana	233
10.3 Modul Noether dan Modul Artin	236
10.4 Aljabar Asosiatif	240
DAFTAR PUSTAKA	244
INDEKS	246
BIODATA PENULIS	249