

MATEMATIKA AKTUARIA DENGAN SOFTWARE R

ADHITYA RONNIE EFFENDIE

GADJAH MADA UNIVERSITY PRESS

DAFTAR ISI

KATA SAMBUTAN OTORITAS JASA KEUANGAN.....	v	
KATA SAMBUTAN PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA	vii	
KATA PENGANTAR.....	ix	
DAFTAR ISI	xi	
DAFTAR TABEL	xiv	
DAFTAR SIMBOL	xv	
BAB I	PENGANTAR <i>SOFTWARE R</i>	1
1.1	Dasar Pemrograman Menggunakan R	1
1.1.1	Data <i>array</i> satu dimensi/data <i>vector</i>	2
1.1.2	Data matriks	3
1.1.3	Data <i>frame</i>	5
1.1.4	Data <i>list</i>	6
1.2	Pengaturan Data Objek	7
1.2.1	Mengubah direktori kerja	7
1.2.2	Menyimpan objek	7
1.2.3	Menghapus objek	7
1.3	<i>Entry Data</i>	8
1.4	Pendefinisian Fungsi Baru	8
1.4.1	Argumen dari suatu fungsi	9
1.4.2	Mengatur tampilan <i>output</i>	10
1.5	<i>Control Flow</i> dalam R.....	11
1.6	Integral Dalam R	12
1.7	<i>Derivative</i> Dalam R	13
	LATIHAN BAB I	13
BAB II	MODEL SURVIVAL	15
2.1	Fungsi Survival	16
2.2	Laju Kematian (<i>Force of Mortality</i>)	20
2.3	Harapan Hidup Lengkap	22
2.4	Asumsi untuk Usia Pecahan	25

2.5	Tabel Mortalita	28
2.6	Hubungan Fungsi Survival dengan Tabel Mortalita	29
2.7	Tabel Seleksi dan Ultima	34
2.8	Hukum Mortalita	36
	RANGKUMAN BAB II	38
	LATIHAN BAB II	41
BAB III	ASURANSI JIWA	43
3.1	Asuransi yang Dibayarkan Seketika pada Saat Kematian	43
3.1.1	Asuransi dengan manfaat bertingkat (<i>varying benefit insurance</i>)	44
3.1.2	Asuransi dwiguna (<i>endowment insurance</i>)	47
3.1.3	Asuransi tertunda (<i>deferred annuities</i>)	49
3.1.4	Asuransi dengan manfaat kematian yang tak tetap (<i>varying benefit insurance</i>)	50
3.2	Asuransi yang Dibayarkan Pada Akhir Tahun Kematian	56
3.2.1	Asuransi jiwa berjangka n -tahun (<i>n-year term insurance</i>)	57
3.2.2	Asuransi jiwa seumur hidup (<i>whole life insurance</i>)	58
3.2.3	Asuransi jiwa dwiguna (<i>endowment insurance</i>)	59
3.2.4	Asuransi dengan santunan yang tak tetap (<i>varying benefit insurance</i>)	60
3.3	Hubungan Antara Asuransi yang Dibayarkan Seketika pada Saat Kematian dan Asuransi yang Dibayarkan pada Akhir Tahun Kematian	67
	RANGKUMAN BAB III	70
	LATIHAN BAB III	73
BAB IV	ANUITAS JIWA	75
4.1	Anuitas Jiwa Kontinu Seumur Hidup	76
4.2	Anuitas Jiwa Kontinu Berjangka n -tahun	79
4.3	Anuitas Jiwa Kontinu Seumur Hidup Tertunda n -tahun ..	80
4.4	Anuitas Jiwa Kontinu dan Pasti n -tahun	82
4.5	Anuitas Jiwa Awal Seumur Hidup (<i>Whole Life Annuity-Due</i>)	85
4.6	Anuitas Jiwa Awal Berjangka n -tahun	87
4.7	Anuitas Jiwa Awal Seumur Hidup Tertunda n -tahun	88
4.8	Anuitas Jiwa Awal dan Pasti n -tahun	88

4.9	Anuitas Jiwa Akhir Seumur Hidup	90
4.10	Anuitas Jiwa Awal Seumur Hidup dengan m -kali Pembayaran	93
4.11	Anuitas Jiwa Awal Tertunda dan Berjangka m -kali Pembayaran	95
4.12	Anuitas Jiwa Akhir dengan m -kali Pembayaran	96
	RANGKUMAN BAB IV	97
	LATIHAN BAB IV	100
BAB V	PREMI ASURANSI JIWA	102
5.1	Premi Model Kontinu Penuh (<i>Fully Continuous Benefit Premiums</i>)	103
5.2	Premi Model Diskrit Penuh (<i>Fully Discrete Benefit Premiums</i>)	109
5.3	<i>Fractional Premiums</i>	117
5.4	Tipe Manfaat Terakumulasikan (<i>Accumulation Type-Benefit</i>)	122
	RANGKUMAN BAB V	124
	LATIHAN BAB V	126
	DAFTAR PUSTAKA	128
	LAMPIRAN	129
1.	<i>ILLUSTRATIVE LIFE TABLE</i>	129
2.	TABEL MORTALITA INDONESIA 2011, PRIA	132
3.	TABEL MORTALITA INDONESIA 2011, PEREMPUAN	135

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Fungsi aktuaria untuk asumsi linier, eksponensial, dan hiperbolik	26
Tabel 2.2	Tabel seleksi dan ultima	35
Tabel 2.3	Beberapa contoh hukum mortalita dan penemunya	36
Tabel 3.1	Jenis-jenis asuransi dengan santunan dibayarkan seketika	70
Tabel 3.2	Jenis-jenis asuransi dengan santunan dibayarkan pada akhir tahun kematian	71
Tabel 4.1	Jenis-jenis anuitas untuk pembayaran secara kontinu	98
Tabel 4.2	Jenis-jenis anuitas untuk pembayaran secara diskrit	98
Tabel 5.1	Penurunan premi untuk berbagai jenis asuransi kontinu.....	105
Tabel 5.2	Penurunan rumus premi untuk berbagai jenis asuransi diskrit	110
Tabel 5.3	Simbol dan penurunan rumus untuk berbagai jenis asuransi ..	118

DAFTAR SIMBOL

BAB II MODEL SURVIVAL

$s(t)$	Model survival pada waktu t .
$F_x(x)$	Fungsi distribusi dari variabel random kontinu X yang menyatakan usia hingga terjadinya kematian dari suatu kelahiran.
$s(x)$	Fungsi survival, merupakan peluang yang menyatakan seseorang akan bertahan hidup mencapai usia.
$T(x)$	Sisa usia dari seseorang saat mengikuti produk asuransi jiwa (x), sebagai usia, yaitu $X - x$.
${}_t p_x$	Peluang seseorang yang berusia (x) akan bertahan hidup mencapai usia ($x+t$).
${}_t q_x$	Peluang seseorang yang berusia (x) akan meninggal mencapai usia ($x+t$).
${}_{nu} q_x$	Peluang seseorang yang berusia (x) akan meninggal u tahun kemudian atau meninggal pada usia antara ($x+t$) dan ($x+t+u$).
$K(x)$	Sisa usia diskrit (<i>curtate-future-lifetime</i>), yaitu nilai bilangan bulat terbesar dari $T(x)$.
$m(x)$	Median atau nilai tengah dari sisa usia seseorang.
$\mu(x)$	Laju kematian (<i>force of mortality</i>).
${}^o e_x$	Harapan hidup lengkap (<i>complete-expectation-of-life</i>), yaitu rata-rata lama hidup yang dapat dicapai.
UDD	Distribusi kematian seragam (<i>Uniform Distribution of Death</i>).
l_0	Jumlah bayi yang baru lahir, umur bayi-bayi tersebut adalah 0 tahun.
l_1	Kelompok bayi yang lahir secara bersamaan disebut kohort (<i>cohort</i>), dalam pengertian sejumlah bayi-bayi yang mencapai umur 1 tahun.

l_2	Kelompok bayi yang berumur 1 tahun dan mencapai usia 2 tahun.
l_x	Banyaknya orang yang bertahan hidup berumur x tahun.
${}_n D_x$	Banyaknya kematian orang yang terjadi antara usia x dan $x+n$.
$L(x)$	Banyaknya orang dalam suatu kelompok yang mencapai usia x tahun.

BAB III ASURANSI JIWA

b_t	Fungsi manfaat.
v_t	Faktor diskonto suku bunga saat diterbitkannya polis sampai dengan manfaat kematian dibayarkan.
z_t	Nilai sekarang untuk nilai polis dari pembayaran manfaat kematian.
$T(x)$	Variabel <i>random</i> sisa usia seseorang yang diasumsikan pada usia x .
$E[Z]$	Nilai harapan dari variabel <i>random</i> nilai sekarang aktuarial.
A_x	Nilai sekarang aktuarial dari asuransi dengan pembayaran manfaat kematian 1 unit (diskrit).
$A_{\overline{x:n} }$	Nilai sekarang aktuarial asuransi berjangka n -tahun dengan pembayaran manfaat kematian sebesar 1 unit dan dilakukan pada akhir tahun kematian x .
\overline{A}_x	Nilai sekarang aktuarial asuransi seumur hidup.
$A_{\overline{x:n} }^1$	Nilai sekarang aktuarial untuk asuransi jiwa berjangka n tahun.
$A_{\overline{x:n} }^{\downarrow}$	Nilai sekarang aktuarial untuk dwiguna murni berjangka n tahun.
$(I^{(m)}\overline{A})_x$	Nilai sekarang aktuarial untuk asuransi jiwa seumur hidup dengan manfaat kematian meningkat m buah. Interval selama jangka waktu asuransi.
$(D\overline{A})_{\overline{x:n} }$	Nilai sekarang aktuarial untuk asuransi jiwa seumur hidup dengan manfaat kematian menurun per tahun.

BAB IV ANUITAS JIWA

$\bar{a}_{T }$	Anuitas jiwa kontinu di mana T adalah usia masa depan orang yang berusia x untuk setiap $T \geq 0$.
\bar{a}_x	Nilai sekarang dari anuitas jiwa kontinu seumur hidup, di mana <i>subscript</i> x di belakang \bar{a} menyatakan bahwa anuitas berhenti saat seseorang berusia x tahun.
$\bar{a}_{x:\overline{1} }$	Nilai sekarang aktuarial dari anuitas jiwa berjangka 1 tahun untuk seseorang yang berusia (x) .
$\bar{a}_{x:\overline{n} }$	Nilai sekarang aktuarial dari anuitas jiwa berjangka n - tahun untuk seseorang yang berusia (x) .
Z	Variabel <i>random</i> nilai sekarang untuk asuransi dwiguna (<i>endowment</i>) n -tahun.
${}_n \bar{a}_x$	Anuitas jiwa seumur hidup tertunda n -tahun.
${}_nE_x$	Asuransi dwiguna murni yang pembayarannya dilakukan pada akhir suatu periode apabila seseorang hidup sampai periode waktu tertentu.
$\bar{a}_{x:\overline{n} }$	Nilai sekarang aktuarial dari anuitas jiwa dan pasti selama n tahun, apabila seseorang masih tetap hidup setelah usia $(x+n)$ tahun.
$\ddot{a}_{K+1 }$	Nilai sekarang aktuarial dari anuitas awal jiwa seumur hidup, di mana K adalah variabel <i>random</i> sisa usia bulat dari seseorang yang berusia x tahun.
${}_n \ddot{a}_x$	Nilai sekarang aktuarial dari anuitas awal jiwa seumur hidup dengan pembayaran di awal periode bagi seseorang yang berusia x tahun dan ditunda selama n -tahun.
$\ddot{s}_{x:\overline{n} }$	Nilai akumulasi dari anuitas awal jiwa seumur hidup yang pembayarannya di awal periode selama n -tahun.
$\ddot{a}_x^{(m)}$	Nilai sekarang dari anuitas jiwa selama setahun yang dibayar m -kali.
${}_n \ddot{a}_x^{(m)}$	Nilai sekarang dari anuitas jiwa awal tertunda n tahun dengan m -kali pembayaran.
$\ddot{a}_{K+(J/m)}^{(m)}$	Nilai sekarang aktuarial untuk anuitas jiwa akhir dengan m -kali pembayaran.

BAB V PREMI ASURANSI JIWA

L	Variabel <i>random</i> nilai sekarang kerugian perusahaan asuransi.
\bar{P}	Premi tahunan yang dibayarkan secara kontinu.
$\bar{P}(\bar{A}_x)$	Premi dengan model kontinu penuh.
P_x	Tingkat manfaat premi tahunan untuk asuransi jiwa seumur hidup.
$P_{\overline{x:n} }$	Premi asuransi berjangka n -tahun.
$P_{x:\overline{n} }$	Premi asuransi dwiguna n -tahun.
${}_n P_x$	Premi asuransi jiwa seumur hidup n tahun, h -pembayaran.
${}_h P_{x:\overline{n} }$	Premi asuransi dwiguna n -tahun h -pembayaran.
$P_{\overline{x:n} }^{\frac{1}{}}$	Premi asuransi dwiguna murni n -tahun.
$P({}_n \ddot{a}_x)$	Premi anuitas jiwa seumur hidup tertunda n -tahun.
$P(\bar{A}_x)$	Premi tahunan bersih.
$P_x^{(m)}$	Premi asuransi seumur hidup bentuk pecahan dibayar sebanyak m -kali dalam satu periode dengan manfaat dibayarkan di akhir tahun kematian (diskrit).
$P^{(m)}(\bar{A}_x)$	Premi asuransi seumur hidup bentuk pecahan dibayar sebanyak m -kali dalam satu periode dengan manfaat dibayarkan seketika pada saat kematian (kontinu).
$P^{\{m\}}(\bar{A}_x)$	Premi asuransi seumur hidup bentuk pecahan terbagi sama untuk kasus yang semikontinu.
${}_h P^{\{m\}}(\bar{A}_{x:\overline{n} })$	Premi asuransi dwiguna bentuk pecahan terbagi sama berjangka n -tahun dengan pembayaran premi selama h -tahun yang dibayarkan sebanyak m -kali dalam satu tahun.